Verificação Suplementar de Teoria Eletromagnética I, 11/07/2011

Nome:____

Observação: Escolha quatro (e somente quatro) das cinco questões abaixo para resolver.

(1ª questão) *(2,5 pontos)*

(a) *(1,0 ponto)* Explique o significado do teorema de Helmholtz, discutindo em particular como ele pode ser usado para determinarmos explicitamente uma função vetorial $\vec{F}(\vec{r})$.

(b) *(1,5 pontos)* Aplique o teorema de Helmholtz para determinar o campo magnético $\vec{B}(\vec{r})$ produzido por uma densidade volumétrica de corrente $\vec{J}(\vec{r'})$ englobada por um volume $\mathcal{V}$ e obtenha daí a lei de Biot-Savart (justifique sua demonstração passo a passo):

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \frac{\vec{J}(\vec{r'}) \times \left(\vec{r} - \vec{r'}\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r'}\right|^3} d\tau' \tag{1}$$

(2ª questão) *(2,5 pontos)*

Uma esfera condutora não-carregada de raio R é colocada em um campo elétrico originalmente uniforme $\vec{E} = E_0 \hat{k}$, com E_0 denotando uma constante. Adote o potencial na superfície da esfera como sendo $V = 0$.

(a) *(1,5 pontos)* Determine o potencial nas regiões interna e externa a esfera.

(b) *(1,0 ponto)* Obtenha a densidade de carga induzida $\sigma(\theta)$ sobre a superfície da esfera, explicando em que regiões a superfície é positivamente carregada e em que regiões ela é negativamente carregada.

(3ª questão) *(2,5 pontos)*

Suponha que uma região inteira abaixo do plano $z = 0$ é preenchida com um material dielétrico linear uniforme caracterizado por uma constante dielétrica ε_r. Uma carga pontual q está situada em uma distância d acima da origem sobre o eixo z.

(a) *(1,5 pontos)* Determine o potencial elétrico $V(x, y, z)$ nas regiões $z > 0$ e $z < 0$.

(b) *(1,0 ponto)* Determine a força $\vec{F}$ exercida pelo plano sobre a carga q.

(4ª questão) *(2,5 pontos)*

Considere um dipolo magnético que pode ser aproximado como sendo puro. O dipolo está localizado na origem do sistema de coordenadas e possui momento de dipolo $\vec{m}$ apontando no sentido positivo do eixo Z.

(a) *(1,0 ponto)* Determine o potencial vetor associado ao dipolo em coordenadas esféricas.

(b) *(1,0 ponto)* Determine o campo magnético $\vec{B}(\vec{r})$ produzido pelo dipolo em coordenadas esféricas.

(c) *(0,5 ponto)* Faça um desenho com a representação esquemática das linhas de campo magnético do dipolo.

(5ª questão) *(2,5 pontos)*

Considere uma esfera uniformemente magnetizada, com magnetização dada por $\vec{M} = M\hat{k}$.

(a) *(1,5 pontos)* Determine o campo auxiliar $\vec{H}$ no interior da esfera. **Sugestão**: considere um problema de contorno tendo em mente que $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0$ para $r < R$ e $r > R$, onde R é o raio da esfera.

(b) *(0,5 ponto)* Determine o campo magnético $\vec{B}$ no interior da esfera.

(c) *(0,5 ponto)* Faça um desenho com a representação esquemática das linhas de campo para $\vec{H}$ e para $\vec{B}$ dentro e fora da esfera (faça um desenho para $\vec{H}$ e outro separado para $\vec{B}$).

Formulário:

• A solução geral da equação de Laplace $\nabla^2 W = 0$, assumindo-se simetria esférica para uma função escalar $W(r, \theta, \phi)$, é

$$W(r,\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left[\left(A_l r^l + B_l r^{-(l+1)} \right) P_l(\cos\theta) \right],$$

com o polinômio de Legendre $P_l(\cos\theta)$ podendo ser obtido através fórmula de Rodrigues

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n\, n!} \left(\frac{d}{dx} \right)^n (x^2 - 1)^n.$$
